

Charakteristikenmethode

Es seien $E \subset \mathbb{R}^2$ der abgeschlossene Einheitskreis, f eine beliebige, stetig differenzierbare Funktion in E , sowie $a \in \mathbb{R}, a > 0$. Das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -a(xu_x + yu_y) + u &= f \quad \text{in } E, \\ u &= 0 \quad \text{auf } \partial E \end{aligned}$$

hat dann nach der Charakteristikenmethode eine stetig differenzierbare Lösung $u = u(x, y)$ zumindest in $E \setminus (0, 0)$.

- a) Zeigen Sie, dass u beschränkt in $E \setminus (0, 0)$ ist.
- b) Läßt sich u stetig in den Nullpunkt fortsetzen?
- c) Unter welchen Bedingungen an a kann u auch stetig differenzierbar in den Nullpunkt fortgesetzt werden (und wird damit zu einer Lösung des Randwertproblems in ganz E)?