

### Charakteristikenmethode

Es seien  $E \subset \mathbb{R}^2$  der abgeschlossene Einheitskreis,  $f$  eine beliebige, stetig differenzierbare Funktion in  $E$ , sowie  $a \in \mathbb{R}, a > 0$ . Das Randwertproblem

$$\begin{aligned}-a(xu_x + yu_y) + u &= f \quad \text{in } E, \\ u &= 0 \quad \text{auf } \partial E\end{aligned}$$

hat dann nach der Charakteristikenmethode eine stetig differenzierbare Lösung  $u = u(x, y)$  zumindest in  $E \setminus (0, 0)$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $u$  beschränkt in  $E \setminus (0, 0)$  ist.
- b) Läßt sich  $u$  stetig in den Nullpunkt fortsetzen?
- c) Unter welchen Bedingungen an  $a$  kann  $u$  auch stetig differenzierbar in den Nullpunkt fortgesetzt werden (und wird damit zu einer Lösung des Randwertproblems in ganz  $E$ )?